CORRIGENDUM À L'ARTICLE "EQUIDISTRIBUTION QUANTITATIVE DES POINTS DE PETITE HAUTEUR SUR LA DROITE PROJECTIVE"

CHARLES FAVRE AND JUAN RIVERA-LETELIER

Les énoncés des estimations de vitesse des Théorèmes 3, 5, 7 et des Corollaires 1.4 et 1.6 ne sont pas corrects. L'erreur provient de l'oubli d'une racine carrée dans les inégalités de Cauchy-Schwartz (32) et (33), qui sont utilisées dans la preuve du Théorème 7 à la page 352. Il faut remplacer ce passage par l'inégalité :

$$\left|\int \varphi\,\Delta g_\varepsilon\right| \leq \langle\varphi,\varphi\rangle^{1/2}\left([F]_\varepsilon-\rho_v,[F]_\varepsilon-\rho_v\right)^{1/2}.$$

L'énoncé correct du Théorème 7 est donc le suivant.

Théorème. *Soit $\rho=\{\rho_v\}_{v\in M_K}$ une mesure adélique à potentiel κ-Hölder pour $\kappa\leq 1$. Alors il existe une constante $C>0$ ne dépendant que de ρ, telle que pour toute place v, pour toute fonction φ de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathsf{P}^1(\mathbb{C}_v)$, et pour tout ensemble fini* $\mathrm{Gal}(\overline{K}/K)$*-invariant $F\subset\mathbb{P}^1(\overline{K})$ on ait*

$$\left|\frac{1}{|F|}\sum_{\alpha\in F}\varphi(\alpha)-\int_{\mathsf{P}^1(\mathbb{C}_v)}\varphi\,d\rho_v\right|\leq\frac{\mathrm{Lip}\,(\varphi)}{|F|^{1/\kappa}}+\left(h_\rho(F)+C\,\frac{\log|F|}{|F|}\right)^{1/2}\ \langle\varphi,\varphi\rangle^{1/2}, \tag{1}$$

où $|F|$ désigne la cardinalité de F.

En ce qui concerne les Théorèmes 3 et 5 et les Corollaires 1.4 et 1.6, le premier facteur des membres de droite des inégalités concernées doit être remplacé par sa racine carré. Par exemple, l'estimation au Corollaire 1.6 devient :

$$\left|\frac{1}{D^n}\sum_{\alpha\in R^{-n}\{z\}}\varphi(\alpha)-\int\varphi\,d\rho_R\right|\leq\left(\frac{h_R(z)+Cn}{D^n}\right)^{1/2}\times\mathrm{Lip}\,(\varphi).$$

Les autres résultats de l'article restent inchangés. Notons que les estimations du Corollaire 1.4 restent encore plus fortes que le résultat de Petsche [Pe].

Par ailleurs, mentionnons le lien suivant entre nos estimations et le problème des coefficients de fonctions holomorphes et univalentes definies sur $\mathbb{D}_-:=\{z\in\mathbb{C},|z|>1\}$, lien qui nous a été évoqué par J.C. Yoccoz. Nous renvoyons à [BS] pour plus de détails. Etant donnée une fonction holomorphe et univalente $\phi:\mathbb{D}_-\to\mathbb{C}$, donnée par $\phi(z)=z+b_1z^{-1}+b_2z^{-2}+\cdots$, on pose

$$\gamma_\phi:=1+\limsup_{n\to+\infty}\frac{\log|b_n|}{\log n}.$$

Date: 9 janvier 2007.

2000 *Mathematics Subject Classification.* Primary : 11G50, Secondary : 37F10.

Bieberbach à montré que le supremum γ des γ_ϕ satisfait $\gamma \leq \frac{1}{2}$, et Carleson, Jones et Makarov ont conjecturé que $\gamma = \frac{1}{4}$. Le lien avec les résultats quantitatifs qu'on a obtenu s'appuie sur le résultat suivant de Carleson et Jones. Etant donnée une fonction holomorphe ϕ comme ci-dessus, pour chaque $\delta > 0$ on considère la courbe de Jordan $\Gamma_\delta := \{\phi(z), |z| = 1 + \delta\}$, et on pose $\beta_\phi := \limsup_{\delta\to 0} \log \text{longueur}(\Gamma_\delta)/|\log\delta|$. Carleson et Jones ont montré que le supremum des β_ϕ est égal à γ, d'où on obtient en particulier que pour tout ϕ, on a $\beta_\phi \leq \frac{1}{2}$.

Considérons maintenant un polynôme complexe P tel que son ensemble de Julia rempli $K(P) := \{w \in \mathbb{C}, \{P^n(w)\}_{n\geq 0} \text{ est bornée}\}$ soit connexe. Lorsque P est monique et centré, il existe une unique représentation conforme $\phi : \mathbb{D}_- \to \mathbb{C} \setminus K(P)$ de la forme $\phi(z) = z + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots$. Il y a alors une façon bien connue d'estimer la longeur de Γ_δ. On note par $D \geq 2$ le degré de P, on fixe un point $z \in \mathbb{C}\setminus K(P)$ quelconque, et pour tout $n \geq 0$, on pose $\delta_n := |\phi^{-1}(z)|^{D^{-n}} - 1$. Alors pour chaque entier positif n, l'ensemble $P^{-n}(z)$ est constitué de D^n points dans la courbe de Jordan Γ_{δ_n}. Ces points divisent cette courbe en D^n segments, dont la longueur est comparable, à une constante multiplicative près, à la distance de $K(P)$ à un point quelconque de ce segment. Si l'on note par $\varphi : \mathbb{C} \to \mathbb{R}$ la fonction lipschitzienne définie par $\varphi(\alpha) = \sup_{w\in K(P)} |z - \alpha|$, alors la somme $\sum_{\alpha\in P^{-n}(z)} \varphi(\alpha)$ est comparable à la longueur de Γ_{δ_n}. Lorsque le polynôme P est à coefficients algébriques et z est algébrique, le Corollaire 1.6 s'applique et implique l'existence d'une constante $C > 0$ indépendante de n telle que

$$\sum_{\alpha\in P^{-n}(z)} \varphi(\alpha) \leq C(nD^n)^{\frac{1}{2}}.$$

On obtient alors

$$\beta_\phi = \limsup_{n\to+\infty} \frac{\log \text{longueur}(\Gamma_{\delta_n})}{|\log \delta_n|} \leq \frac{1}{2}.$$

Il découle des résultats récents de Binder, Makarov et Smirnov, et de Binder et Jones, que pour montrer l'inégalité $\gamma \leq \frac{1}{4}$ il suffit de montrer l'inégalité $\beta_\phi \leq \frac{1}{4}$ pour toute fonction ϕ obtenue, comme ci-dessus, à partir d'un polynôme monique centré P à coefficients algébriques.

Références

[BS] D. Beliaev, S. Smirnov. *Harmonic measure on fractal sets.* European Congress of Mathematics, 41–59, Eur. Math. Soc., Zürich, 2005.

[Pe] C. Petsche. *A quantitative version of Bilu's equidistribution theorem.* Int. J. Number Theory 1 (2005), no. 2, 281–291.

CNRS, Institut de Mathématiques de Jussieu, Case 7012, 2 place Jussieu, F-75251 Paris Cedex 05, France, Et Unité mixte CNRS-IMPA, Estrada Dona Castorina 110, Rio de Janeiro / Brasil 22460-320

E-mail address: favre@math.jussieu.fr, favre@impa.br

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL NORTE, CASILLA 1280, ANTOFAGASTA - CHILE
E-mail address: juanrive@ucn.cl