Vincent BECK

Agrégé préparateur, docteur, ancien élève de l'ENS Cachan

Contact

Né le 14 avril 1979 (32 ans), marié, trois enfants, français.

Département de mathématiques
ENS Cachan
61, avenue du Président Wilson
94235 Cachan Cedex

Tel : 01 47 40 29 79

Email : vinx.beck@gmail.com

Web : `http://www.math.jussieu.fr/~beck/`

Postes

depuis sept 2006	**Agrégé préparateur à l'École Normale Supérieure de Cachan**
sept 2003 - août 2006	**Allocataire moniteur à l'université Paris 7** Financement : allocation couplée de l'ENS Cachan

Formation

2003-2008	**Thèse à l'université Paris 7** (soutenue le 19 novembre 2008) Directeur : Michel Broué Sujet : Invariants relatifs pour les groupes de réflexions – Catégorie Stable Financement : Allocation Couplée
1999-2003	**École Normale Supérieure de Cachan, antenne de Bretagne** D.E.A. Méthodes algébriques (Université Paris 6, mention très bien) Agrégation externe de mathématiques (reçu 4^{e}) Licence, Maîtrise de mathématiques, Maîtrise mention ingénierie mathématique (Université de Rennes 1, mention très bien)
1996-1999	**Classes préparatoires MPSI et MP*, lycée Condorcet, Paris** D.E.U.G. M.I.A.S. Cumulatif (Université Paris 7, mention bien)

Recherche

Mes activités de recherche suivent deux axes principaux : les groupes de réflexions et les catégories.

Mots-clés

Groupe de réflexions	invariants relatifs et polynomiaux, coinvariants, arrangements d'hyperplans groupes de tresses, cohomologie
Catégorie	catégorie exacte, catégorie triangulée, catégorie stable, catégorie dérivée

Informatique

Bonne connaissance de LaTeX. Connaissance basique en C++, Maple, Scilab, Matlab, HTML.

Publications

Publications de recherche

- Journaux internationaux à comité de lecture
  - V. Beck. « Invariants relatifs : une algèbre extérieure. » C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 342 (2006) p.727-732
  - V. Beck. « Construction fonctorielle de catégorie de Frobenius. » C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 347 (2009) p.719-724
  - V. Beck. « Exterior Algebra Structure for Relative Invariants of Reflections Groups. » Math. Z. (2011) 267 p.261-289 DOI 10.1007/s00209-009-0619-3
- Journaux internationaux à comité de lecture (articles acceptés et disponibles en ligne)
  - V. Beck. « Abelianization of Subgroups of Reflection Groups and their Braid Groups ; an Application to Cohomology. », Manuscripta Math. DOI 10.1007/s00229-011-0438-9
- Thèse : « Algèbre des invariants relatifs pour les groupes de réflexions — Catégorie stable. »

Publications liées à l'enseignement

- Livres
  - Août 2004 : Publication avec Jérôme Malick et Gabriel Peyré d'« Objectif Agrégation » Édition H&K, livre de préparation à l'Agrégation de mathématiques. Deuxième édition en août 2005. Troisième édition en août 2007. Plus de 2000 exemplaires vendus. Ajout de compléments mathématiques sur le site « http ://objagr.gforge.inria.fr/ »
- Ouvrages Collectifs
  - 2004 : « L'intégrale des Mines MP : Mathématiques et Informatique 2001 - 2003 », Édition H&K
  - 2001 : « Annales des concours : Mathématiques et Informatique MP », Édition H&K
  - 2001 : « Annales des concours : Mathématiques PSI », Édition H&K

Enseignements

Agrégé préparateur à l'ENS Cachan (192h équivalent TD par an)

(*i*) Enseignement aux élèves de première année

- T.D. de Licence 3 **Calcul différentiel et Géométrie différentielle**, 39h par an ; effectué en 06/07, 07/08 et 08/09
  Programme : différentiabilité, théorème d'inversion locale et des fonctions implicites, théorème de Cauchy-Lipschitz, variétés, sous-variétés, courbes et surfaces dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$, introduction à la géométrie riemannienne, base de l'optimisation
- T.D. de Licence 3 **Calcul différentiel**, 26h ; effectué en 09/10
  Programme : différentiabilité, théorème d'inversion locale et des fonctions implicites, sous-variétés, théorème de Cauchy-Lipschitz, théorème du point fixe, optimisation.
- Cours de Licence 3 **Structure algébrique**, 26h ; effectué en 09/10
  Programme : groupe, action de groupe, groupe symétrique, p-groupe et théorèmes de Sylow, produit semi-direct, anneau, anneau de polynômes, anneau factoriel, anneau principal, anneau euclidien, extension de corps.
- T.D. de Master 1 **Algèbre et théorie de Galois**, 15h ; effectué en 06/07
  Programme : groupe symétrique, polynôme symétrique, classification des modules de type fini sur un anneau principal, théorie de Galois (extension normale, séparable, galoisienne, résoluble)
- T.D. de Master 1 **Algèbre et théorie de Galois**, 30h par an ; effectué en 07/08 et 08/09
  Programme : groupe symétrique, théorie de Galois (extension normale, séparable, galoisienne, résoluble)

(*ii*) Enseignement aux élèves de deuxième année

- Cours et T.D. de Master 1 **Théorie de Galois et représentation linéaire des groupes**, 50h ; effectué en 10/11
  Programme : théorie de Galois (extension normale, séparable, galoisienne, théorème de correspondance), représentation linéaire des groupes (module simple, semi-simple, composante isotypique, caractère).

(*iii*) Enseignement aux élèves de troisième année (préparation à l'agrégation)

- **Cours de géométrie**, 10h par an ; effectué en 06/07 et 07/08
  Programme : géométrie affine (espace affine, application affine, sous-espace affine, barycentre, groupe affine, repère) et géométrie affine euclidienne (orthogonalité, isométrie, forme réduite, prolongement d'isométrie, groupe d'isométrie), définition des angles (mesures et bissectrices), géométrie projective (espace et sous-espace projectif, homographie, repère projectif, lien affine-projectif, birapport, dualité)
- **TD de géométrie**, 18h par an ; effectué en 08/09, 09/10 et 10/11
  Programme : géométrie affine (espace affine, application affine, sous-espace affine, barycentre, groupe affine, repère) et géométrie affine euclidienne (orthogonalité, isométrie, forme réduite, prolongement d'isométrie, groupe d'isométrie), définition des angles (mesures et bissectrices), géométrie projective (espace et sous-espace projectif, homographie, repère projectif, lien affine-projectif, birapport, dualité), géométrie différentielle (sous-variété, espace tangent, surface, application de Gauss, endomorphisme de Weingarten, courbe, courbure, torsion)
- **TD d'algèbre**, 36h effectué en 10/11
  Programme : Révision du programme d'agrégation autour des thèmes groupes, action de groupes, représentation des groupes, anneaux et corps.

  - Encadrement de **leçons**, entre 15h et 24h par an ; effectué en 06/07, 07/08, 08/09, 09/10 et 10/11

    Thèmes : groupes, géométrie affine et projective, géométrie différentielle, topologie
  - **Oraux blancs d'algèbre** 40h par an en 06/07 et 08/09 ; 6h en 07/08 et 12h en 09/10
  - **Correction d'écrits blancs** deux par an en 06/07, 07/08 et 09/10, un en 08/09, trois en 10/11

Monitorat à l'université Paris 7

- T.D. de Master 2 pour le cours **Autour des groupes de réflexions**, 24h, effectué en 05/06.

  Programme : degré de transcendance, groupes de réflexions, représentation des groupes finis, théorèmes de Stanley, Gutkin, Steinberg, représentation de MacDonald, théorie élémentaire de Cohen-Macauley pour l'étude des invariants.
- T.D. du module **MT252 D.E.U.G. S.M. deuxième année** , 36h, effectué en 04/05.

  Programme : Espace euclidien (produit scalaire, base orthonormée, produit mixte et vectoriel, réduction des endomorphismes symétriques), intégrales à paramètres (théorème de continuité et dérivabilité), intégrale multiple, système différentiel linéaire à coefficients constants.
- Moniteur attaché au **groupe concours** : corrections de devoirs, colles (12h) et cours de soutien et d'approfondissement (15h) pour les élèves préparant les concours nationaux D.E.U.G. (concours d'entrée aux écoles d'ingénieur réservé aux élèves de D.E.U.G.).

Autres activités d'enseignements

- Avril-Mai 2010 : Coencadrement avec Stef Graillat (LIP6) d'un stage de M1 "Multiplication de matrices et représentation des groupes finis" ;
- Juin-Juillet 2006 : **Jury remplaçant de T.I.P.E.** pour le quadri-concours (Mines, Centrale, CCP, E3A) ;
- Janvier et Juin 2006 : **Jury de T.I.P.E.** pour le concours blanc du lycée Fénelon Sainte-Marie (Paris) ;
- 2003-2004 : **Colleur** en MP* aux lycées Condorcet et Fénelon Sainte-Marie (Paris) ;
- 2002-2006 : **Cours particuliers** de mathématiques et physiques à des élèves de mathématiques supérieures (M.P.S.I. et P.C.S.I.) ;
- Printemps 2001 : **Stage pédagogique** au lycée Île de France de Rennes : cours en Seconde, Première S et Terminale STT (environ 40h) ;
- 1995-1999 : **Cours particuliers** de mathématiques à des collégiens et lycéens.

Documents pédagogiques

De nombreux documents pédagogiques concernant les enseignements décrits ci-dessus peuvent être trouvé à l'adresse `http://www.math.jussieu.fr/~beck/enseignement.html`

Activités de recherche

Exposés lors de conférences

- Dec 2010 : Exposé à l'école d'hiver "Winter Braids in Pau"
- Fév 2009 : Exposé au colloque tournant du GDR "Géométrie, Dynamique et Représentations des Groupes"
- Oct 2007 : "Relative invariants of complex reflection groups" à l'école CLUSE de mathématiques à Dijon
- Janv 2007 : "Relative invariant and complex reflection groups" Rencontre annuelle de l'AMS

Exposés à des groupes de travail et séminaires

- Avril 2011 : "How abelianization of subgroups of braid groups applies to cohomology" au séminaire Algebra, Geometry and Topology de Melbourne
- Avril 2011 : "Abelianization in braid groups" au séminaire d'algèbre de Sydney
- Mars 2011 : "Un calcul cohomologique pour les groupes de tresses des groupes de réflexions" au séminaire de Topologie Algébrique à Paris XIII
- Mars 2011 : "Abélianisation de certains sous-groupes d'un groupe de réflexions et de leur groupe de tresses. Une utilisation cohomologique" au séminaire AGATA à Montpellier
- Mars 2011 : "Abélianisation de certains sous-groupes d'un groupe de réflexions et de leur groupe de tresses. Une utilisation cohomologique" au séminaire de théorie des groupes d'Amiens
- Janv 2011 : "Un calcul cohomologique pour les groupes de tresses des groupes de réflexion complexe" à la C*-académie à Orléans
- Nov 2010 : "Abélianisés de sous-groupes des groupes de réflexions et de leur groupe de tresses" au séminaire Chevalley
- Avril 2010 : "Tresses : cohomologie et extension" au séminaire d'algèbre, géométrie et topologie à Nice
- Mars 2010 : "Cohomologie de Tate" au GdT cohomologie des groupes
- Fév 2010 : "Changement de groupes" au GdT cohomologie des groupes
- Mars 2009 : "Relative invariants for complex reflections groups" à RWTH Aachen
- Mars 2009 : "Variations autour de la notion de catégorie stable" à l'EPFL Lausanne
- Janv 2009 : "Variations autour de la notion de catégorie stable" au séminaire Algèbres enveloppantes de Chevaleret
- Janv 2009 : "Variations autour de la notion de catégorie stable" au séminaire de théorie des groupes d'Amiens
- Déc 2008 : "Algèbre des invariants relatifs pour les groupes de réflexions" au séminaire Algèbre et Géométries de Grenoble
- Mars 2008 : "Paires biadjointes dans les catégories abéliennes et triangulées" au GdT des thésards de groupes finis
- Déc 2007 : "Invariants relatifs des groupes de réflexions complexes" à l'EPFL Lausanne
- Déc 2007 : Invariants relatifs des groupes de réflexions complexes" à Besançon
- Nov 2007 : "Groupes de réflexions" au séminaire-élève de l'ENS Cachan
- Mars 2007 : "Introduction aux groupes de réflexions complexes" au séminaire des thésards de l'IMJ
- Janv 2007 : "Invariants relatifs et groupes de réflexions complexes" au séminaire Chevalley
- Nov 2006 : "Représentation des groupes de réflexions complexes " au GdT sur le livre de Meinolf Geck et Goetz Pfeiffer "Characters of Finite Coxeter Groups and Iwahori Hecke Algebras"
- Juin 2006 : "Invariants relatifs et groupes de réflexions complexes " au séminaire Pampers (Université de Rennes I)

- Janv 2006 : "Invariants relatifs et groupes de réflexions complexes " au GdT des thésards de groupes finis
- Janv 2005 : "Théorème de l'extension directe" au GdT des thésards de groupes finis
- Nov 2004 : "Introduction aux groupes de réflexions complexes" au GdT des thésards de groupes finis
- Nov 2003 : "Sur les groupes de réflexions complexes" au GdT des thésards de groupes finis

Organisations de groupes de travail et conférences

- Janv 2007 : Participation à l'organisation des "10 ans de Mathématiques à Ker Lann" et animation de la table ronde « Témoignages d'anciens élèves ».
- 2005 - 2006 : Organisation du groupe de travail des thésards de Groupes finis

Participation aux conférences

- Mai 2011 : Journées "Autour de la théorie de Garside" à Amiens
- Janv 2011 : Semaine "Chevalley groups, reflection groups, braid groups" aux Houches
- Juin 2010 : Semaine "Group Representation Theory and Related Topics" à l'EPFL Lausanne
- Mars 2010 : Journée ANR "Theogar" à Dijon
- Déc 2009 : Journée "Algèbre de Cherednik" à Besançon
- Oct 2009 : Colloque "Immeubles, Groupes de tresses, Groupes de Kac-Moody" à Amiens
- Oct 2009 : Semaine "Théorie locale, groupes finis et représentations" au CIRM
- Juin 2009 : Journées Solstice d'été 2009 à l'IMJ
- Oct 2008 : Semaine "Algèbres de Hecke, groupes et géométrie" au CIRM
- Sept 2008 : Tresses à Paris à l'université Paris 7
- Janv 2008 : Introductory Workshop on Combinatorial Representation Theory à Berkeley (MSRI)
- Oct 2007 : École CLUSE de mathématiques - théorie des groupes à Dijon
- Avril 2007 : Semaine "Algèbre de Cherednik" au CIRM
- Janv 2007 : Les 10 ans du département de mathématiques de Ker Lann
- Janv 2007 : Rencontre annuelle de l'AMS à la Nouvelle-Orléans
- Juin 2006 : Semaine "Affine Hecke Algebras" au CIRM
- Juin 2005 : Semaine "Groupes Réductif" du semestre "Représentation des groupes finis" à l'EPFL
- Juin 2004 : Conférence "Artin and Coxeter groups" à Eindhoven

Séjour de recherche et collaborations

- Mars 2009 : Travail avec Anne Shepler (University of North Texas) et Julia Hartmann (RWTH Aachen), séjour à Aix la Chapelle d'une semaine
- Avril 2011 : Travail avec Gus Lehrer (University of Sydney), séjour d'un mois à Sydney

Autres activités

Autres activités scientifiques

- Mars 2010 : Exposé "Un point commun entre géométrie et arithmétique : la notion de groupe" au lycée Jean Jaurès de Montreuil pour préparer les élèves à la conférence "Des lois du mariage à Bourbaki" du cycle "un texte, un mathématicien" organisé à la BNF.
- Novembre 2009 : Ateliers mathématiques en écoles maternelles et primaires dans le cadre de la **Fête de la Science**.
- Janvier 2009 et Juin 2008 : Participation au recrutement d'un agrégé préparateur à l'ENS Cachan.
- Octobre 2008 : Ateliers mathématiques en écoles primaires dans le cadre de la **Fête de la Science**.
- Relecture scientifique de l'ouvrage « An introduction to Galois cohomology and its applications », Grégory Berhuy, Édition Cambridge University Press (Lecture Notes Series)
- Relecture scientifique de l'ouvrage « Forme quadratique », C. de Seguins Pazzis, Édition Calvage et Mounet.
- Relecture scientifique de l'ouvrage « Théorie de Galois », P. Tauvel, Édition Calvage et Mounet.
- Relecture scientifique de l'ouvrage « l'algèbre discrète de la transformée de Fourier », G. Peyré, Édition Ellipse.
- Juin-Juillet 2001 : Stage dans l'équipe Recherche et Développement de la CDC Ixis. Réalisation d'un programme de pricing en C++ basé sur l'article de Ricardo Rebonato : On the Simultaneous Calibration of Multifactor Lognormal Interest Rate Models to Black Volatilities and to the Correlation Matrix, *The Journal of Computational Finance 2*, Summer, 1999.

Activités administratives

- Juin-Juillet 2010 : Secrétariat du concours MP d'entrée en première année à l'ENS Cachan
- Juin-Juillet 2008 : Secrétariat du concours MP d'entrée en première année à l'ENS Cachan

Autres activités non scientifiques

- 2008-2011 : Président de l'association des parents à l'école Maternelle Jean Moulin à Colombes
- 2003-2010 : Pratique du handball en loisir
- 1996-1998 : Responsable bénévole d'enfants de 8 à 12 ans (scoutisme : sorties, week-ends et camps d'été)
- 1997 : Obtention du Brevet d'Aptitude aux Fonctions d'Animateur (B.A.F.A.)
- 1988-1996 : Pratique du handball à haut niveau (entre 2 et 10 heures par semaine)
- Collectionneur de Bandes Dessinées

Synthèse des travaux

J'ai soutenu ma thèse [BT] le 19 novembre 2008 à l'université Paris 7. Mes travaux de recherche se sont orientés vers deux domaines distincts : les groupes de réflexions (invariants et groupes de tresses) et les catégories stables. Ils ont mené à l'écriture de trois articles accepté [B1], [B2] et [B3] et d'un article soumis [B4].

Thème 1 : Invariants des groupes de réflexions en caractéristique nulle

Résumé. Mon travail autour des invariants des groupes de réflexions se place dans la lignée de ceux de Stanley [STA], Orlik et Solomon [O-S] et Shepler [SHE]. Étant donné un groupe de réflexions G (c'est-à-dire un sous-groupe fini de GL(V) où, V est un espace vectoriel sur un corps de caractéristique nulle, engendré par des réflexions (c'est-à-dire des automorphismes de V ayant un hyperplan de points fixes)) et une algèbre associative A sur laquelle G agit, on s'intéresse à la composante isotypique pour un caractère linéaire χ de G de cette algèbre A. L'objectif est de construire une structure d'algèbre sur cette composante isotypique et de déterminer la classe d'isomorphisme de cette algèbre.

À la fin des années 70, Stanley [STA] s'est intéressé au cas où $A = S(V^*)$ est l'algèbre symétrique du dual de V. La composante isotypique $S(V^*)^\chi$ est un $S(V^*)^G$-module libre de rang 1 ce qui permet, simplement par transfert de structure, de définir une structure d'algèbre isomorphe à $S(V^*)^G$. Ce résultat de Stanley met aussi en avant un générateur Q_χ de $S(V^*)^\chi$.

Par la suite, Orlik et Solomon [O-S] ont étudié l'algèbre $A = S(V^*) \otimes \Lambda(M^*)$ où M est un G-module de dimension finie. Ils ont montré que, lorsque χ est le caractère trivial, A^G est une algèbre extérieure (sous quelques restrictions sur M). Ensuite, à la fin des années 90, Shepler [SHE] utilise le polynôme Q_χ pour tordre le produit usuel de l'algèbre $A = S(V^*) \otimes \Lambda(V^*)$ et définir ainsi un produit sur A^χ (en divisant le produit usuel par Q_χ) qui fait de A^χ une algèbre extérieure.

Contributions. Dans mon travail de thèse, je généralise les résultats qui précèdent pour les englober dans un même énoncé. Je démontre, en effet, que, pour l'algèbre $A = S(V^*) \otimes \Lambda(M^*)$, la construction et les résultats de Shepler persistent modulo, soit quelques hypothèses sur M (voir [B1]), soit une localisation de A par rapport aux formes linéaires définissant les hyperplans de G (voir [BT] et [B2]). L'argument décisif pour l'obtention de la structure d'algèbre extérieure sur A^χ utilise la notion de matrice minimale associée à une représentation, développée dans [OPD]. Elle permet de remplacer les formes différentielles invariantes obtenues à partir de la matrice jacobienne des invariants fondamentaux par des « formes différentielles associées à M ».

Par ailleurs, la connaissance de la structure d'algèbre sur A^χ donne, grâce à la bigraduation, de nouvelles caractérisations de la régularité des entiers. Ces caractérisations font échos à celles données par Lehrer, Michel et Bonnafé dans [LEH1], [L-M] ou encore [BLM]. La démonstration de ces caractérisations repose sur des généralisations de la formule de Pianzola-Weiss [P-W].

Enfin, l'énoncé du résultat principal de la partie de ma thèse sur les groupes de réflexions (théorème 2.20 de [BT] ou théorème 25 de [B2]) fait intervenir des conditions numériques ou géométriques sur les hyperplans en lien avec M et χ. J'ai étudié pour un certain nombres de groupes de réflexions quand elles étaient vérifiées (les groupes symétriques, $G(d,1,n)$, $G(de,e,2)$ et G_{24} dans [BT] auquel j'ai ajouté G_4 et G_5 dans [B2]). Ce travail m'a notamment amené à une étude combinatoire portant sur les représentations du groupe symétrique en lien avec les tableaux de Young et les sous-groupes de Young.

Thème 2 : Groupe de tresses des groupes de réflexions

Résumé. Dans leur article fondateur [BMR], Broué, Malle et Rouquier définissent et étudient le groupe de tresses associé à un groupe de réflexions complexes. Étant donné $W \subset GL(V)$ un groupe de réflexions complexes (où V est un $\mathbb{C}$-espace vectoriel de dimension finie), le groupe de tresses B associé à W (resp. le groupe de tresses pures P) est simplement le groupe fondamental du quotient V^{reg}/W (resp. de V^{reg}) où V^{reg} désigne le complémentaire dans V des hyperplans des réflexions de W. Broué, Malle et Rouquier déterminent en particulier la structure de l'abélianisé de P et de B ainsi que la structure du centre sauf dans quelques cas exceptionnels. Ces travaux ont été largement poursuivis et complétés par Bessis ([BES1] et [BES2]) qui a construit notamment une structure de Garside sur B dans le cas où W est bien engendré.

Par ailleurs, un théorème classique de Steinberg [STE] assure que W agit librement sur V^{reg} et que la projection canonique $\pi : V^{reg} \to V^{reg}/W$ est un revêtement galoisien, on dispose ainsi de la suite exacte courte donnée dans [BMR]

$$1 \longrightarrow P \longrightarrow B \longrightarrow W \longrightarrow 1$$

En faisant passer au quotient cette suite exacte par $[P, P]$ le groupe dérivé de P, on obtient la suite exacte courte

$$0 \longrightarrow \mathbb{Z}\mathscr{H} \longrightarrow B/[P,P] \xrightarrow{p} W \longrightarrow 1 \qquad (\mathbf{1})$$

où $\mathscr{H}$ désigne l'ensemble des hyperplans de W et où W agit sur $\mathscr{H}$ par permutation.

Contribution. Mon travail sur les groupes de tresses des groupes de réflexions complexes [B4] a démarré après la fin de ma thèse. J'ai donné une description de l'extension ($\mathbf{1}$) vu comme élément de $H^2(W, \mathbb{Z}\mathscr{H})$. Cette description a permis de calculer l'ordre de ($\mathbf{1}$) dans $H^2(W, \mathbb{Z}\mathscr{H})$ qui est l'entier $\kappa(W)$ défini par Marin dans [MAR] généralisant un résultat de Digne [DIG]. Les arguments reposent sur des calculs de cohomologie de petites dimensions ainsi que sur la description d'abélianisés de certains sous-groupes de B contenant P : les images réciproques par p des sous-groupes C de W engendrés par des réflexions et des stabilisateurs des hyperplans de W. Comme dans les cas particuliers de B et P décrits dans [BMR], je montre que ces abélianisés ont une structure de groupe abélien libre dont une base est donnée par les orbites des hyperplans de W sous C.

Cette description des abélianisés permet de construire un morphisme de groupes $\rho' : p^{-1}(C) \to \mathbb{C}$ faisant commuter le diagramme

$$\begin{tikzcd} p^{-1}(C) \arrow[r, "p"] \arrow[d, "\rho'"'] & C \arrow[d, "\rho"] \\ \mathbb{C} \arrow[r] & \mathbb{C}^{\times} \end{tikzcd}$$

où C est le stabilisateur d'un hyperplan H dans W et $\rho : C \to \mathbb{C}^{\times}$ le morphisme donné par la restriction à la droite orthogonale de H. C'est ce morphisme ρ qui permet la description explicite de ($\mathbf{1}$). La détermination d'une formule explicite pour un 2-cocycle associé à l'extension ($\mathbf{1}$) repose quant à elle sur ρ'.

Thème 3 : Catégorie Stable

Résumé. Mon travail autour des catégories stables se place dans la suite de ceux de Happel [HAP], Linckelmann [LIN], Keller et Vossieck [K-V] et Rickard [RIC] ou encore [BOU]. Étant donnée une algèbre de Frobenius A de dimension finie sur un corps k, Happel et Linckelmann ont construit indépendamment l'un de l'autre, une structure triangulée sur la catégorie quotient des A-modules par les modules projectifs. Par la suite, Keller et Vossieck puis Rickard ont démontré que cette structure pouvaient être obtenue comme quotient de la catégorie dérivée par les complexes bornés de modules projectifs.

Contribution. Mon travail présente une méthode de construction de catégories de Frobenius, et donc de la catégorie stable associée (voir le livre de Happel [HAP]), à partir de la donnée d'un triplet adjoint. L'objectif est de généraliser le cas de la catégorie stable d'une algèbre de Frobenius. On décrit pour cela les modules projectifs à l'aide du foncteur d'induction : ce sont les facteurs directs d'objets de la forme $\mathrm{A} \otimes_k \mathrm{Y}$. On est ainsi capable, sous des propriétés raisonnables d'adjonction, et lorsque $\mathrm{M} : \mathscr{B} \to \mathscr{A}$ désigne un foncteur exact entre deux catégories exactes de définir une nouvelle structure exacte sur $\mathscr{A}$ qui fait de $\mathscr{A}$ une catégorie de Frobenius dont les projectifs-injectifs sont les facteurs directs d'objets de la forme MY (voir la proposition 7 de [B3]). On définit la catégorie « M-stable » de $\mathscr{A}$ comme la catégorie stable associée au sens de [HAP] c'est-à-dire la catégorie obtenue en quotientant $\mathscr{A}$ par les facteurs directs d'objets de la forme MY. Sous des hypothèses d'adjonction pour M, la catégorie M-stable hérite d'une structure triangulée.

Par ailleurs, j'ai proposé une définition pour la catégorie M-stable d'une catégorie triangulée $\mathscr{A}$ dans un cadre analogue : on dispose d'un foncteur triangulé $\mathrm{M} : \mathscr{B} \to \mathscr{A}$ entre deux catégories triangulées $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ et on suppose que M a un adjoint à droite R et à gauche L. On définit alors la catégorie M-stable de $\mathscr{A}$ en quotientant (au sens triangulé) $\mathscr{A}$ par les objets qui sont les facteurs directs d'objets de la forme MY. On décrit alors le décalage dans le quotient de façon très simple (voir la remarque 1 de [B3]).

Cette construction d'une catégorie M-stable d'une catégorie triangulée permet de retrouver la catégorie M-stable d'une catégorie exacte en utilisant le résultat de Keller-Vossieck [K-V] ou de Rickard [RIC]. En effet, Neeman [NEE2] et Thomason [THO] ont défini la notion de catégorie dérivée d'une catégorie exacte. Alors, on peut prolonger les adjonctions entre les catégories exactes $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ en adjonctions triangulées entre les catégories dérivées de $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ telle que la catégorie M-stable de la catégorie dérivée de $\mathscr{A}$ soit la catégorie M-stable de la catégorie exacte $\mathscr{A}$ (voir l'exemple 2 de [B3]).

Pour finir, j'ai complété ce travail d'algèbre homologique en proposant et, vérifiant de façon minutieuse, une convention de signes (inspirée de [SGA4]) qui minimise les problèmes de signes dans les transformations naturelles classiques entre complexes « produit tensoriel » et complexes « Hom » (voir l'annexe de [BT]).

Projets de recherche

Partie I : Groupe de réflexions

Thème 1 : Groupe de tresses et cohomologie

Mon travail sur la détermination de l'ordre de

$$0 \longrightarrow \mathbb{Z}\mathscr{H} \longrightarrow \mathrm{B}/[\mathrm{P},\mathrm{P}] \xrightarrow{p} \mathrm{W} \longrightarrow 1$$

comme élément de $\mathrm{H}^2(\mathrm{W}, \mathbb{Z}\mathscr{H})$ (voir le thème 2 de ma synthèse de travaux) se poursuit dans les directions suivantes : je souhaite obtenir un plongement explicite de $\mathrm{B}/[\mathrm{P},\mathrm{P}]$ dans $\mathbb{Z}\mathscr{H} \rtimes \mathrm{W}$ de façon algébrique et retrouver ainsi la généralisation d'un résultat de Tits [TIT] pour les groupes de Coxeter (cela a déjà été fait dans [MAR] de manière géométrique par des représentations de monodromie). Par ailleurs, d'autres questions se posent autour de la description combinatoire d'une famille de représentants de W/C (où C est le stabilisateur dans W d'un hyperplan de W) ainsi que de leur relevé dans le groupe de tresses B.

Enfin, l'étude précédente repose de façon cruciale sur la situation suivante :

$$1 \longrightarrow \mathrm{W}' \longrightarrow \mathrm{N} \longrightarrow \mathrm{N}/\mathrm{W}' \longrightarrow 1$$

où W' est un sous-groupe de réflexions de W et N un sous-groupe de W tel que N/W' soit cyclique. J'espère donc généraliser un certain nombre des résultats (abélianisé des images réciproques dans le groupe de tresses,...) obtenus dans le cas où W' est le sous-groupe parabolique associé à l'orthogonal d'un hyperplan H de W et N est le stabilisateur de H (voir le thème 2).

Thème 2 : Cohomologie des groupes de réflexions

Suite à ma soutenance de thèse, j'ai engagé une collaboration scientifique avec l'un des membres du jury : Gus Lehrer (University of Sydney). L'objectif est d'étudier les propriétés cohomologiques des groupes de réflexions. De façon précise, le théorème de Stanley [STA] donne, pour tout caractère linéaire χ d'un groupe de réflexion G, l'existence de polynômes Q_χ engendrant la composante χ-isotypique de l'algèbre des polynômes. La famille des Q_χ définit alors un 2-cocycle à valeurs dans les invariants. On s'intéresse à l'extension associée à ce 2-cocycle et à son lien avec l'anneau des représentations de G.

Par ailleurs, lors de mon séjour à Sydney au mois d'avril 2011, nous allons aussi étudier la fibre de Milnor de l'arrangement d'hyperplans associé à un groupe de réflexions. L'objectif est d'étudier la structure de la cohomologie de la fibre de Milnor en tant que module sur l'algèbre d'Orlik et Solomon.

Thème 3 : Groupe de réflexions en caractéristique p, théorie des invariants

L'étude des groupes de réflexions en caractéristique p avec p divisant l'ordre du groupe de réflexions est plus délicate que celle en caractéristique nulle ou en caractéristique première à l'ordre du groupe notamment car on ne dispose pas du théorème de Shephard et Todd qui assure l'équivalence entre être un groupe de réflexions et avoir des invariants polynomiaux (voir [S-T] et [CHE]). L'une des difficultés majeures repose sur le fait que la liberté de nombreux objets algébriques n'est plus automatiquement donnée et un cadre raisonnable d'étude semble être celui des groupes à invariants polynomiaux (voir [K-M]).

Dans cette optique, un de mes objectifs est de généraliser le résultat de ma thèse en caractéristique p en travaillant avec Anne Shepler (University of North Texas) et Julia Hartmann (RWTH Aachen). Dans leur article [H-S], elles débroussaillent la situation. Les méthodes que j'ai utilisées pour la caractéristique nulle combinée aux résultats de [BRSW] permettraient de prolonger leur travail pour obtenir des résultats plus complets.

Thème 4 : Groupe de réflexions et équation KZ

L'article d'Opdam [OPD] étudie les propriétés des connexions de Knizhnik-Zamolodchikov associées à un groupe de réflexions. Ces connexions sont des connexions G-invariantes (où G est un groupe de réflexion complexe) sur un fibré trivial au-dessus du complémentaire de la famille d'hyperplans associée à G. La platitude de ces connexions produit une famille de représentations de monodromie du groupe de tresses associé à G qui se factorisent par l'algèbre de Hecke associée à G. Un premier travail ayant mis en exergue le rôle d'élément de Casimir, mon objectif est de poursuivre l'« algébrisation » des méthodes présentées dans l'article d'Opdam pour obtenir des résultats de rationalité des représentations de l'algèbre de Hecke.

Partie II : Algèbre homologique

Thème 1 : Cohomologie de Hochschild-Tate des algèbres symétriques

Il est conjecturé que l'algèbre de cohomologie de Hochschild-Tate d'une algèbre symétrique est une algèbre de type fini. Les outils développés dans la partie catégorique de ma thèse permettent de construire certains quotients de cette algèbre de cohomologie. Dans ce travail, mon objectif est de montrer que ces quotients sont bien des algèbres de type fini puis d'essayer de remonter à l'algèbre de cohomologie toute entière.

Thème 2 : Module cohomologiquement trivial

Soient G un groupe fini et k un corps de caractéristique p, un kG-module M est dit cohomologiquement trivial si tous les groupes de cohomologie $\mathrm{H}^n(\mathrm{H},\mathrm{M})$ pour $n \geqslant 1$ et H sous-groupe de G sont triviaux. Cette propriété peut se lire au niveau d'un p-sous-groupe de Sylow de G (voir la proposition 8.8 de [BROWN]). Par ailleurs, il est classique que les sous-algèbres de Hopf d'une algèbre de groupe sont les algèbres des sous-groupes de G. Ainsi, lorsque A est une algèbre de Hopf, il devient naturel de définir la notion de module cohomologiquement trivial de la façon suivante : un A-module est cohomologiquement trivial si $\mathrm{H}^n(\mathrm{B},\mathrm{M}) := \mathrm{Ext}^n(k,\mathrm{B}) = 0$ pour tout sous-algèbre de Hopf B de A (et où k désigne le module trivial). On se pose alors la question de l'existence d'une sous-algèbre de Hopf B de A qui refléterait la propriété d'être cohomologiquement trivial « jouant ainsi le rôle d'un p-Sylow pour A ».

On peut aussi se poser la question en remplaçant les groupes de cohomologie $\mathrm{H}^n(\mathrm{G},\mathrm{M})$ par la cohomologie de Hochschild $\mathrm{HH}^n(\mathrm{A},\mathrm{M})$ pour A une algèbre symétrique. Il s'agit alors de déterminer une famille de sous-algèbres paraboliques B de A qui va définir la notion de cohomologiquement trivial puis de voir si cette information peut être contenue dans une unique sous-algèbre parabolique de A.

À plus long terme, l'objectif est de dégager une notion généralisant celle de p-sous-groupes et p-Sylow pour une algèbre symétrique et d'obtenir ainsi une formulation de la conjecture de Broué dans le cadre des algèbres symétriques.

Références

[SGA4] M. Artin, A. Grothendieck, et J-L. Verdier. *SGA 4, Exposé XVII*, volume 305 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer, 1973.

[B1] V. Beck. Invariant relatifs : une algèbre extérieure. *C. R. Acad. Sc. Paris*, Scr. I 342 :p.727–732, 2006.

[BT] V. Beck. *Algèbre des invariants relatifs pour les groupes de réflexions – Catégorie stable*. PhD thesis, Université Paris 7, Denis Diderot, 2008.

[B3] V. Beck. Construction fonctorielle de catégories de frobenius. *C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I 347, p.719-724*, 2009.

[B4] V. Beck. Abelianization of subgroups of reflection group and their braid group ; an application to cohomology. *Manuscripta Math., DOI 10.1007/s00229-011-0438-9*, 2011.

[B2] V. Beck. Exterior algebra structure for relative invariant of reflection groups. *Math. Zeit., DOI 10.1007/s00209-009-0619-3*, 267 :p.261–289, 2011.

[BES1] D. Bessis. Finite complex reflection arrangements are k(pi,1). *arXiv :math/0610777*, 2006.

[BES2] D. Bessis. Garside categories, periodic loops and cyclic sets. *arXiv :math/0610778*, 2006.

[BLM] C. Bonnafé, G.I. Lehrer, et J. Michel. Twisted invariant theory for reflection groups. *Nagoya Math. J.*, 182 :p.135–170, 2006.

[BOU] S. Bouc. Résolutions de foncteurs de mackey. *AMS PSPM*, 63 :31–83, 1998.

[BROWN] K. S. Brown. *Cohomology of Groups*. Springer, 200.

[BRSW] A. Broer, V. Reiner, Larry Smith, et Peter Webb. Extending the coinvariant theorems of chevalley, shephard-todd, mitchell and springer. *arXiv :0805.3694v2*, 2008.

[CHE] C. Chevalley. Invariant of finite groups generated by reflections. *Amer. J. Math.*, 77 :p.778–782, 1955.

[DIG] F. Digne. Présentation des groupes de tresses pures et de certaines de leurs extensions. *Préprint*.

[HAP] D. Happel. *Triangulated Categories in the Representation Theory of Finite Dimensional Algebras*, volume 119 of *London Mathematical Society Lecture Note Series*. Cambridge University Press, 1988.

[H-S] J. Hartmann et A.V. Shepler. Reflection groups and differential forms. *arXiv :math/0710.3232v1*, 2007.

[K-M] G. Kemper et G. Malle. The finite irreducible linear groups with polynomial ring of invariants. *Transformation Groups*, 2 :p.57–89, 1997.

[K-V] B. Keller et D. Vossieck. Sous les catégories dérivées. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 305, série I :p.225–228, 1987.

[LEH1] G.I. Lehrer. Remarks concerning linear characters of reflection groups. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 133 :p.3163–3169, 2005.

[LIN] M. Linckelmann. La catégorie stable d'une algèbre auto-injective est triangulée. *C.R. Acad. Sc. Paris*, Sér. I Math. 305 :p.403–406, 1987.

[L-M] G.I. Lehrer et J. Michel. Invariant theory and eigenspaces for unitary reflection. *C.R. Acad. Sc. Paris*, Scr. I 336 :p.795–800, 2003.

[MAR] I. Marin. Reflection groups acting on their hyperplanes. *J. Algebra*, 322 :2848–2860, 2009.

[BMR] G. Malle M. Broue et R. Rouquier. Complex reflection groups, braid groups, hecke algebras. *J. Reine und Angew. Math.*, 500 :127–190, 1998.

[NEE2] A. Neeman. The derived category of an exact category. *J. of Algebra*, 135 :p.388–394, 1990.

[OPD] E. Opdam. Complex reflection groups and fake degree. *Preprint*, 1998.

[O-S] P. Orlik et L. Solomon. Unitary reflection groups and cohomology. *Invent. Math.*, 59 :p.77–94, 1980.

[P-W] A. Pianzola et A. Weiss. Monstrous e_{10}'s and a generalization of a theorem of l. solomon. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada*, 11 :p.189–194, 1989.

[RIC] J. Rickard. Derived categories and stable equivalence. *Journal of Pure and Applied Algebra*, 61 :p.303–317, 1989.

[SHE] A.V. Shepler. Semi-invariants of finite reflection groups. *Journal of Algebra*, 220 :p.314–326, 1999.

[S-T] G. C. Shephard et J. A. Todd. Finite unitary reflection groups. *Canad. J. of Maths.*, VI :p.274–304, 1954.

[STA] R. Stanley. Relative invariants of finite groups generated by pseudoreflections. *J. of Algebra*, 49 :p.134–148, 1977.

[STE] R. Steinberg. Differential equations invariant under finite reflection groups. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 112 :p.392–400, 1964.

[TIT] J. Tits. Normalisateurs de tores i : Groupes de coxeter étendus. *J. Algebra*, 4 :96–116, 1966.

[THO] R. W. Thomason et T. Trobaugh. Higher algebraic k-theory of schemes and of derived categories. *Progr. Math.*, The Grothendieck Festschrift, III :247–435, 1990.